

Microcosmic study of digital human body: the identical particles of quantum human body

BI Si-wen*

(State Key Laboratory of Remote Sensing Science, Institute of Remote Sensing
Application, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China)

[Abstract] The identical particles of quantum human body was studied surrounding the microcosmic field of digital human body in this paper. The main contents are the character of identical particles of quantum human body, and the wave function Pauli principle of identical particles system of quantum human body. It provided theoretical basis and experimental gist for microcosmic study of digital human body.

[Key words] Quantum human body; Identical particles; Digital human body; Microcosmic

数字人体微观研究——量子人体的全同粒子

毕思文*

(中国科学院遥感应用研究所遥感科学国家重点实验室, 北京 100101)

[摘要] 本文围绕数字人体微观领域, 开展了量子人体的全同粒子研究。主要内容有量子人体全同粒子的特性; 量子人体全同粒子系统的波函数泡利原理; 为数字人体的微观研究提供理论基础和实验依据。

[关键词] 量子人体; 全同粒子; 数字人体; 微观

[中图分类号] TP391.9 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1003-3289(2005)01-0131-03

1 量子人体全同粒子的特性

本文主要讨论量子人体多粒子系统的问题, 首先研究量子人体由全同粒子组成的多粒子系统的特性。我们称量子人体中的质量、电荷、自旋等固有性质完全相同的微观粒子为量子人体的全同粒子。如所有的电子和质子都是全同粒子等。在经典力学中, 尽管 2 个粒子的固有性质完全相同, 仍然可以区分这 2 个粒子。因为它们在运动过程中都有自己确定的轨道, 在任一时刻都有确定的位置和速度。这样, 就可以判断哪个是第 1 个粒子, 哪个是第 2 个粒子。在量子人体中情况完全不是这样。设初始时刻 2 个全同粒子的位置可以用 2 个波函数来表示。在运动过程中, 2 个波函数会在空间发生重叠, 由于 2 个粒子固有性质完全相同, 它们的位置和速度又不象经典粒子那样同时有确定值, 因而在 2 个波函数重叠的区域内, 我们便无法区分哪个是第 1 个粒子, 哪个是第 2 个粒子。由此可见, 量子人体的全同粒子只有当它们的波函数不完全重叠时, 才是可以区分的。波函数发生重叠后, 它们就不可区

分了^[1,2]。

全同粒子的这种不可区分性是量子人体微观粒子所具有的特性。由于这一特性, 使得全同粒子所组成的体系中, 2 个全同粒子相互交换不引起物理状态的改变, 这个论断被称为全同性原理, 它是量子人体中的基本原理之一。

下面我们看看全同性原理对量子人体多粒子系统的性质会引出什么结论。假设有一由 N 个量子人体全同粒子组成的人体系统, 以 q_i 表示第 i 个粒子的坐标和自旋 $q_i = (r_i, s_i)$, $U(q_i, t)$ 表示第 i 个粒子在外场中的能量, $W(q_i, q_j)$ 表示第 i 个粒子和第 j 个粒子之间的相互作用能量, 则人体系统的哈密顿算符写为

$$\hat{H}(q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_N, t) = \sum_{i=1}^N \left[-\frac{\hbar}{2\mu} \nabla_i^2 + U(q_i, t) \right] + \sum_{i < j}^N W(q_i, q_j) \quad (1)$$

由此式可以看出, 将 2 个粒子(例如第 i 个和第 j 个) 相互调换后, 人体系统的哈密顿算符保持不变:

$$\hat{H}(q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_N, t) = \hat{H}(q_1, q_2, \dots, q_j, \dots, q_i, \dots, q_N, t) \quad (2)$$

考虑量子人体全同粒子系统的 Schrödinger 方程:

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t}(q_1, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_N, t) = \hat{H}(q_1, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_N, t) \Phi(q_1, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_N, t) \quad (3)$$

这表示如果波函数 $\Phi(q_1, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_N, t)$ 是量子人

[作者简介] 毕思文(1956—), 男, 北京大学和清华大学双博士后, 研究员, 中国医药信息学会和北京医药信息学会“数字人体——人体系统数字学”专业委员会主任委员。研究方向: 数字人体——人体系统数字学。

[通讯作者] 毕思文, 研究员。北京市朝阳区大屯路天地科学园区 9718 信箱中国科学院遥感应用研究所遥感科学国家重点实验室, 100101。

E-mail: bisw@irsa.ac.cn

[收稿日期] 2004-10-25 **[修回日期]** 2004-11-30

体系的 Schrödinger 方程的解,则在这波函数中将第 i 个粒子和第 j 个粒子互换后得出的新函数 $\Phi(q_1, \dots, q_j, \dots, q_i, \dots, q_N, t)$ 也是这个方程的解。根据全同性原理, $\Phi(q_1, \dots, q_j, \dots, q_i, \dots, q_N, t)$ 和 $\Phi(q_1, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_N, t)$ 所描写的是同一个状态,因而它们之间只相差一常数因子,以 λ 表示。当 $\lambda = 1$ 时 $\Phi(q_1, \dots, q_j, \dots, q_i, \dots, q_N, t) = \Phi(q_1, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_N, t)$, 2 个粒子互换后波函数不变,所以 Φ 是 q 的对称函数。当 $\lambda = -1$ 时 $\Phi(q_1, \dots, q_j, \dots, q_i, \dots, q_N, t) = -\Phi(q_1, \dots, q_i, \dots, q_j, \dots, q_N, t)$, 2 粒子互换后波函数变号, Φ 是 q 的反对称函数。量子人体全同粒子系统波函数的这种对称性不随时间改变。其结论是:描写量子人体的全同粒子系统状态的波函数只能是对称的或反对称的,它们的对称性不随时间改变。如果人体系统在某一时刻处于对称(反对称)的态,则它将永远处于对称(反对称)的态上^[2,3]。

实验证明,由电子、质子、中子这些自旋为 $\frac{\hbar}{2}$ 的粒子以及其他自旋为 $\frac{\hbar}{2}$ 的奇数倍的粒子所组成的全同粒子系统的波函数是反对称的,这类粒子服从费密(Fermi)-狄拉克(Dirac)统计,因而被称为费密子;由光子(自旋为 1)、处于基态的氦原子(自旋为零)、 α 粒子(自旋为零)以及其他自旋为零或为 \hbar 的整数倍的粒子所组成的全同粒子系统的波函数是对称的,这类粒子服从玻色(Bose)-爱因斯坦统计,因而称为玻色子。

2 量子人体全同粒子系统的波函数,泡利原理

先讨论量子人体 2 个全同粒子组成系统的波函数对称性问题。然后再把它推广到 N 个量子人体全同粒子所组成的人体系统中去。在不考虑粒子间的相互作用时,2 个全同粒子组成的人体系统的哈密顿算符 \hat{H} 写为

$$\hat{H} = \hat{H}_0(q_1) + \hat{H}_0(q_2) \tag{4}$$

\hat{H}_0 是每一个粒子的哈密顿算符,假设它不显含时间。因为是量子人体的全同粒子,所以在同一人体系统中 2 个粒子的哈密顿算符是相同的。以 ϵ_i, ϕ_i 分别表示 \hat{H}_0 的第 i 个本征值和本征函数,

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_0(q_1)\phi_i(q_1) &= \epsilon_i\phi_i(q_1) \\ \hat{H}_0(q_2)\phi_j(q_2) &= \epsilon_j\phi_j(q_2) \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

则当第 1 个粒子处于第 i 态,第 2 个粒子处于第 j 态时,量子人体系统的能量为

$$E = \epsilon_i + \epsilon_j \tag{6}$$

波函数为

$$\Phi(q_1, q_2) = \phi_i(q_1)\phi_j(q_2) \tag{7}$$

这可由(7)式满足下列本征值方程看出:

$$\hat{H}\Phi(q_1, q_2) = E\Phi(q_1, q_2) \tag{8}$$

如果第 1 个粒子处于第 j 态,第 2 个粒子处于第 i 态,则人体系统的波函数为

$$\Phi(q_2, q_1) = \phi_j(q_1)\phi_i(q_2) \tag{9}$$

对应的能量本征值仍为 $E = \epsilon_i + \epsilon_j$, 这表示人体系统的能量本征值 E 是简并的^[2,4]。由于波函数(9)式可以由波函数表达式交换 q_1, q_2 后得出,所以称这种简并为交换简并。如果 2 个粒子所处的状态相同,即 $i = j$,则波函数(7)式和(9)式是同一个对称波函数。如果 2 个粒子所处的状态不同, $i \neq j$,则波

函数(7)式和(9)式既不是对称函数,又不是反对称函数,因而不满足量子人体全同粒子系统波函数的条件。但是,由这 2 个函数的和或差可以构成对称函数 Φ_S 或反对称函数 Φ_A ; Φ_S 和 Φ_A 都是 \hat{H} 的本征函数,并且都属于本征值

$$E = \epsilon_i + \epsilon_j \tag{10}$$

2 个费密子所处的状态相同,就不可能构成人体系统的反对称波函数。如 2 个粒子状态相同,由(7)和(9)两式,就会得到 $\Phi_A = 0$ 的结果。因此,人体系统中 2 个费密子不能处于同一状态,这是泡利(Pauli)原理在 2 个粒子组成的人体系统中的表述。

设 ϕ_i 是归一化波函数,这时波函数(7)和(9)都是归一化的,但对称函数 Φ_S 和反对称波函数 Φ_A 都不是归一化的,因为

$$\iint |\Phi_S(q_1, q_2)|^2 dq_1 dq_2 = \iint |\Phi_A(q_1, q_2)|^2 dq_1 dq_2 = 2$$

式中 $\int dq$ 表示对坐标积分并对自旋求和。因此,当 2 个粒子所处状态不同时,归一化的对称波函数和反对称波函数分别是

$$\begin{aligned} \Phi_S(q_1, q_2) &= \frac{1}{\sqrt{2}}\Phi(q_1, q_2) + \Phi(q_2, q_1) \\ \Phi_A(q_1, q_2) &= \frac{1}{\sqrt{2}}\Phi(q_1, q_2) - \Phi(q_2, q_1) \end{aligned} \tag{11}$$

如果 2 个粒子间的相互作用不能略去,则人体系统的定态波函数 $\Phi(q_1, q_2)$ 不能写成单粒子波函数 ϕ_i 的乘积的形式,即不能写成(7)式和(9)式的形式,但(8)式仍然成立。在(8)式中,将 q_1 和 q_2 互换,因为互换后哈密顿算符 \hat{H} 保持不变,所以有

$$\hat{H}\Phi(q_2, q_1) = E\Phi(q_2, q_1) \tag{12}$$

即交换简并仍然存在,量子人体体系波函数仍可按(11)式对称化。

上面的讨论可以推广到含 N 个量子人体全同粒子的人体系统中去^[2,3]。设粒子间的相互作用可以忽略,单粒子的哈密顿算符 \hat{H}_0 不显含时间,则人体系统的哈密顿算符写为

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_0(q_1) + \hat{H}_0(q_2) + \dots + \hat{H}_0(q_N) \\ &= \sum_{i=1}^N \hat{H}_0(q_i) \end{aligned} \tag{13}$$

以 ϵ_i 和 ϕ_i 表示 \hat{H}_0 的本征值和本征函数:

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_0(q_1)\phi_i(q_1) &= \epsilon_i\phi_i(q_1) \\ \hat{H}_0(q_2)\phi_j(q_2) &= \epsilon_j\phi_j(q_2) \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

则量子人体系统的 Schrödinger 方程

$$\hat{H}_0\Phi = E\Phi \tag{15}$$

的解是

$$E = \epsilon_i + \epsilon_j + \dots + \epsilon_N \tag{16}$$

$$\Phi(q_1, q_2, \dots, q_N) = \phi_i(q_1)\phi_j(q_2)\dots\phi_k(q_N) \tag{17}$$

这只需把(13)、(16)和(17)3 式代入(15)式中,并注意算符 $\hat{H}_0(q_i)$ 只对单粒子波函数 $\phi_m(q_i)$ 有作用,就可看出:

$$\hat{H}_0\Phi = \left[\sum_{i=1}^N \hat{H}_0 q(i) \right] \phi_i(q_1)\phi_j(q_2)\dots\phi_k(q_N) = E\Phi$$

这证明了:由无相互作用的量子人体全同粒子所组成的人体系统的哈密顿算符,其本征函数等于各单粒子哈密顿算符的本征函数之积,本征能量则等于量子人体各粒子本征能量之

和。这样,解多粒量子人体系统 Schrödinger 方程(15)的问题,就归结为解单粒子 Schrödinger 方程(14)。如果所讨论的是由玻色子组成的量子人体的全同粒子人体系统,则人体系统的波函数应是对称函数;如果所讨论的量子人体的全同粒子人体系统由费密子组成,则人体系统的波函数应是反对称函数,它由(17)式构成。

如果 N 个单粒子态 $\phi_i, \phi_j, \dots, \phi_k$ 中有 2 个单粒子态相同,则

$$\Phi_A(q_1, q_2, \dots, q_N) = \frac{1}{\sqrt{N}} = \begin{bmatrix} \phi_i(q_1) & \phi_i(q_2) & \dots & \phi_i(q_N) \\ \phi_j(q_1) & \phi_j(q_2) & \dots & \phi_j(q_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_k(q_1) & \phi_k(q_2) & \dots & \phi_k(q_N) \end{bmatrix}$$

行列式中有两行不同,因而行列式不等于零。这表示不能有 2 个或 2 个以上的费密子处于同一状态。这结果称为泡利不相容原理^[4]。在不考虑粒子自旋和轨道相互作用的情况下,按照(17)式,人体系统的波函数可以写成坐标函数和自旋函数之积。把坐标和自旋变量写出,有

$$\Phi(r_1 s_1, r_2 s_2, \dots, r_N s_N) = \phi(r_1, r_2, \dots, r_N) x(s_1, s_2, \dots, s_N)$$

如果粒子是费密子,则 Φ 是反对称的,在 2 个粒子的情况下,这条件可由下面两种方式来满足:① ϕ 是对称的, x 是反对称的;② ϕ 是反对称的, x 是对称的。因为,这是一个对称函数与一个反对称函数相乘,所得的积是反对称函数。

3 结论

本文从量子人体全同粒子的特性和量子人体全同粒子系统的波函数泡利原理等方面开展了数字人体的微观研究,结论如下:

(1) 讨论了量子人体信息全同粒子,并给出了考虑量子人体全同粒子系统的 Schrödinger 方程。根据量子人体的全同性原理,结合实验证明了由电子、质子、中子这些自旋为 $\frac{\hbar}{2}$ 的粒子以及其他自旋为 $\frac{\hbar}{2}$ 的奇数倍的粒子所组成的量子人体

全同粒子系统的波函数是反对称的,服从费密-狄拉克统计。由光子、氦原子、 α 粒子等所组成的量子人体全同粒子系统的波函数是对称的,这类粒子服从玻色-爱因斯坦统计,称为玻色子。

(2) 在讨论 2 个量子人体全同粒子组成的人体系统波函数问题的基础上,推广到 N 个全同粒子组成的人体系统。给出了人体系统 Schrödinger 方程和求解。在不考虑粒子自旋和轨道相互作用的情况下,证明了人体系统的波函数可以写成坐标函数和自旋函数之积。

[参考文献]

- [1] Bi SW. Pandect on digital human body--human body digital science [J]. China J Med Imaging Technol, 2003, 19 (204): 1-8.
毕思文. 数字人体——人体系统数字学总论 [J]. 中国医学影像技术, 2003, 19(204): 1-8.
- [2] Bi SW. Description of quantum state of identical particles of remote sensing information [J]. J Infrared Millim Waves Dec, 2003, 22(Suppl): 76-80.
毕思文. 遥感信息全同粒子的量子态描述 [J]. 红外与毫米波学报, 2003, 22(增刊): 76-80.
- [3] Bi SW. Digital human body microcosmic study-the wave function and Schrödinger equation of quantum human body [J]. China J Med Imaging Technol, 2004, 20(7): 1125-1128.
毕思文. 数字人体微观研究——量子人体的波函数与 Schrödinger 方程 [J]. 中国医学影像技术, 2004, 20(7): 1125-1128.
- [4] Bi SW. Microcosmic study of digital human body--mechanics quantity in quantum human body [J]. China J Med Imaging Technol, 2004, 20(8): 1259-1262.
毕思文. 数字人体微观研究——量子人体的力学量 [J]. 中国医学影像技术, 2004, 20(8): 1259-1262.

• 编后语 •

数字人体——人体系统数字学

21 世纪是纳米生物科学技术、生物系统工程技术、信息系统科学技术和生命认知科学技术的时代。数字人体——人体系统数字学是这四大技术的基本理论与实验研究的有机融会与结合。

数字人体——人体系统数字学是对人体系统生命过程从定性到定量的人体系统过程学。对于人与生物生命活动中组成复杂的海量数字系统工程,在过去是不可能进行研究的,而数字人体——人体系统数字学为其提供了实验研究的可能性和现实性,从而为人体系统过程的研究开辟了新的方法学领域,拓展出人类全新的三维思维空间。

《中国医学影像技术》从 2003 年至 2004 年连续发表了数字人体——人体系统数字学论文共 73 篇,内容包括数字人脑高级神经中枢的模型及实现方案和量子人体微观研究,在基本理论、原型与模型建立、方法学、公式、定理、定律、核心设备技术以及规范化、标准建立等方面进行了系列报道,为数字人体——人体系统数字学系统的学科体系提供了理论依据。

医学影像技术是一门应用多种成像技术、综合基础研究和临床医学基本理论对各种疾病进行诊断和治疗的学科,它具有独立的理论体系,是自然科学、生物医学过程工程、临床诊断与治疗学等多学科相互渗透与交叉的新兴学科。

本刊刊登的医学影像临床研究、分子医学影像学、数字人体学、医学物理和工程学等论文,内容涵盖了纳米生物科学技术、生物系统工程技术、信息科学技术和人脑认知科学技术,为我国医学影像技术学和介入医学科学开辟了全新的发展空间和研究方向。